

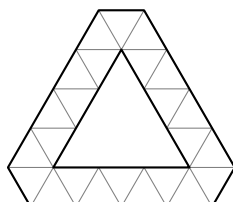
XII Copa Cangur - Semifinal A

Categoria Junior

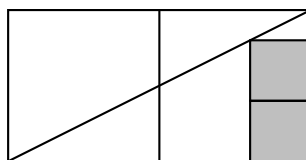
- Les respostes a tots els problemes són nombres enters de, com a màxim, quatre xifres i sense unitats de mesura.
- Si algun problema no té solució, la resposta que heu de lliurar és 0000 (si la solució és 0, també heu de lliurar 0).
- Si en un problema s'utilitza només un tipus d'unitat, se sobreentén que la resposta ha d'estar en aquestes mateixes unitats, o en aquestes unitats quadrades o cúbiques.
- Les figures que es mostren no estan necessàriament a escala per les dades que es donen.
- Les mesures angulars s'expressen sempre en graus sexagesimals.
- Els zeros a l'inici d'un nombre enter no compten com a xifres del nombre. És a dir, 00672 és un nombre de 3 xifres i no de 5.

1. Quantes ternes (x, y, z) de solucions, amb x, y, z nombres enters, té l'equació $|x| \cdot |y| \cdot |z| = 6$? (Nota: recordeu que $|x|$ representa el valor absolut).

2. A la figura hi podeu veure un triangle equilàter de costat 3 cm envoltat de 24 triangles més petits. Un altre triangle equilàter més gran s'envolta de la mateixa manera amb 102 triangles petits iguals als anteriors. Quina és la longitud del costat d'aquest nou triangle?



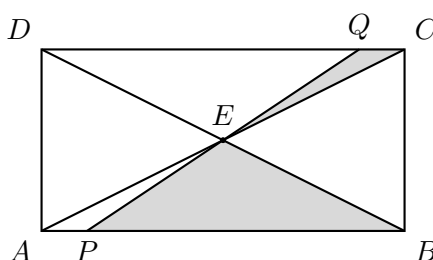
3. Construïm un rectangle a partir de dos quadrats i en tracem la diagonal. Posem dos quadrats grisos tal com s'indica a la figura. Quin tant per cent del rectangle inicial està ocupat pels dos quadrats grisos?



4. Fem una llista amb tots els nombres naturals des de l'1 fins al 50. De la llista en traiem dos nombres, de manera que el producte d'aquests dos nombres és igual a la suma dels nombres que han quedat a la llista. Quins són aquests dos nombres? (Com a resposta escriviu consecutivament els dos nombres, començant pel més petit. Per exemple, si els dos nombres són el 7 i el 83, escriviu 783).

5. Si $x^2 - x + 1 = 0$, quant val x^6 ? (Observació: aquesta equació no té solució real, però podeu trobar el valor de x^6 sense cap coneixement de nombres complexos).

6. En un rectangle $ABCD$, les dues diagonals es tallen al punt E . Dibuixem una recta que passa per E i talla els costats AB en P i CD en Q , de manera que $PB = 7 \cdot AP$. Si l'àrea del rectangle $ABCD$ és de 256 cm^2 , quina és la diferència de les àrees dels triangles PBE i CQE ?



7. El servei del tren es va interrompre a causa d'un accident després de recórrer 30 km. La velocitat es va reduir a quatre cinquenes parts de la velocitat original. Això va provocar un retard de 45 minuts. Si l'accident s'hagués produït 18 km més enllà, hauria arribat 36 minuts tard. Quina era la velocitat original en km/h?

8. Una urna conté una bola negra, quatre boles blanques i algunes boles blaves (més d'una). S'extreu una bola a l'atzar d'aquesta urna, s'anota el seu color i es torna a l'urna. A continuació, s'extreu una altra bola a l'atzar d'aquesta urna. Per a quin nombre de boles blaves la probabilitat que les dues boles extretes tinguin el mateix color és igual a $1/2$?

9. Una circumferència passa pels punts $A = (2, 2)$, $B = (2, 4)$ i $C = (18, 2)$. Calculeu l'àrea que tanca aquesta circumferència. (La solució és un nombre racional multiplicat per π , doneu com a resposta aquest nombre racional. Si és una fracció, escriviu consecutivament el numerador i el denominador de la fracció irreductible. Per exemple, si la solució és $2\pi/3$, doneu com a resposta 23, i si és 50π , doneu com a resposta 50).

10. Els catets de dos triangles rectangles iguals mesuren 4 cm i 7 cm. A la figura s'hi han dibuixat els dos triangles superposats de manera que les hipotenuses coincideixin, on $AD = BC = 4 \text{ cm}$ i $AC = BD = 7 \text{ cm}$. Calculeu l'àrea total de la figura. (Si la solució és una fracció, escriviu consecutivament el numerador i el denominador de la fracció irreductible. Per exemple, si la solució és $2/3$, doneu com a resposta 23).

