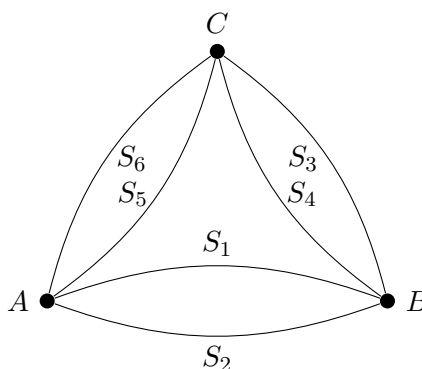


XII Copa Cangur - Final Categoria Cadet - Solucions

- Les respostes a tots els problemes són nombres enters de, com a màxim, quatre xifres i sense unitats de mesura.
- Si algun problema no té solució, la resposta que heu de lliurar és 0000 (si la solució és 0, també heu de lliurar 0).
- Si en un problema s'utilitza només un tipus d'unitat, se sobreentén que la resposta ha d'estar en aquestes mateixes unitats, o en aquestes unitats quadrades o cúbiques.
- Les figures que es mostren no estan necessàriament a escala per les dades que es donen.
- Les mesures angulars s'expressen sempre en graus sexagesimals.
- Els zeros a l'inici d'un nombre enter no compten com a xifres del nombre. És a dir, 00672 és un nombre de 3 xifres i no de 5.

1. Tres pobles estan connectats entre ells, dos a dos, per dos camins tal com es veu a la imatge. En Raül vol caminar des del poble A, acabant de tornada al poble A, i recorrent cadascun dels sis camins exactament una vegada. De quantes maneres diferents pot fer aquest recorregut?



Solució: 64

2. Un nombre enter positiu s'anomena nombre en ziga-zaga si compleix les tres condicions següents:

- a) Les seves xifres són diferents de zero i són totes diferents.
- b) No té tres xifres seguides en ordre ascendent.
- c) No té tres xifres seguides en ordre descendent.

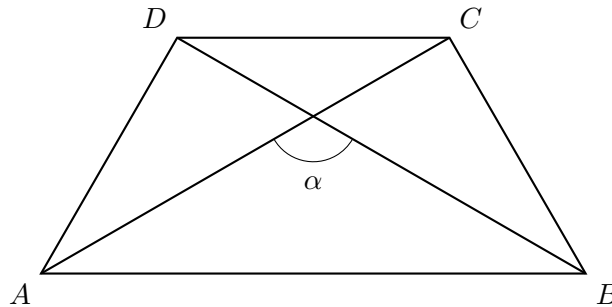
Per exemple, 14385 i 2917 són nombres en ziga-zaga però 2564 i 71544 no ho són. Quin és el nombre en ziga-zaga de quatre xifres més gran?

Solució: 9786

3. Trobeu 5 nombres enters de manera que $0 < a < b < c < d < e < 10$ i $a^e = (bd + 1) \cdot c$. (Doneu com a resposta el resultat de multiplicar aquests cinc nombres).

Solució: 720

4. A la següent figura els costats BC , CD i AD tenen la mateixa longitud i el costat AB és el doble que el costat BC , i a més aquests dos costats són paral·lels. Troba el valor de l'angle α .



Solució: 120

5. Sis pirates han capturat un tresor de 2.026 cocos en una illa. Volen dividir els cocos de manera justa entre ells i procedeixen de la següent manera: tots els cocos es col·loquen en una pila i tots els pirates s'alineen. Un per un, el primer pirata de la fila va a la pila de cocos, divideix el nombre de cocos que queden pel nombre de pirates que queden (incloent-s'hi a ell mateix), arrodoneix el resultat a l'alça o a la baixa al nombre enter més proper, agafa aquest nombre de cocos i navega cap a casa. Aleshores és el torn del següent pirata, i així successivament. Determineu quants cocos rep el sisè pirata.

Solució: 337

6. En un desert hi ha serps, rates i escorpins. Cada matí, cada serp mata una rata. Cada migdia, cada escorpí mata una serp. Cada nit, cada rata mata un escorpí. Després de cinc dies, a la nit, només quedava una rata. Quantes rates hi havia a l'inici del matí del primer dia?

Solució: 189

11. En Jaume multiplica 4 nombres enters i positius consecutius, més grans que 2026, i s'adona que el resultat no és múltiple de 10. Quina pot ser l'última xifra d'aquest resultat? Doneu com a resposta totes les xifres possibles ordenades de petita a gran. (Per exemple, si l'última xifra pot ser 2, 3 o 7 doneu com a resposta 237).

Solució: 4

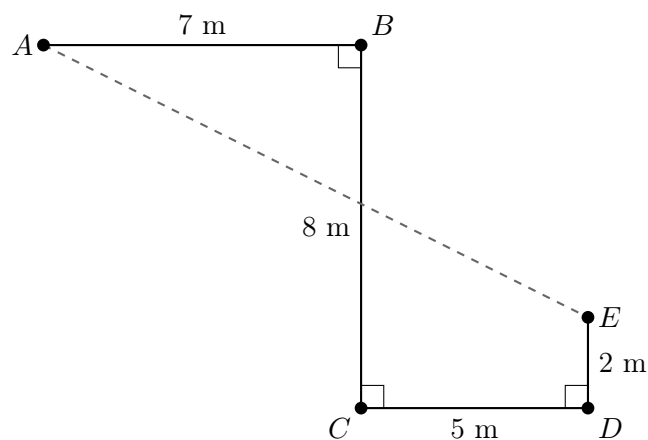
12. Deu equips van participar en un torneig de futbol. Cada equip només es va enfrontar una vegada a cadascun dels altres equips; per a cada partit es donaven tres punts al guanyador i zero al perdedor, o un punt a cadascun si el partit acabava en empat. Cap equip va guanyar tots els seus partits, i cap els va perdre tots; només un equip no va perdre cap partit, però va aconseguir menys punts que el primer. Es van sumar les puntuacions obtingudes pels deu equips. Quin és el valor més alt possible per a la suma obtinguda?

Solució: 133

13. Quin és el nombre enter positiu més petit que té exactament 10 divisors enters positius (inclosos l'1 i ell mateix)?

Solució: 48

14. A la figura hi podeu veure una línia poligonal $ABCDE$ que té tots els angles rectes, i les mesures de cada segment estan indicades. Trobeu la distància entre els punts A i E i doneu com a resposta el quadrat d'aquest nombre.



Solució: 180